

文章编号: 1000-8055(2009)06-1311-05

Z-A 模型的修正及在预测本构关系中的应用

张宏建, 温卫东, 崔海涛, 徐颖
(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: Zerilli Armstrong (Z-A) 模型是基于热激活位错运动理论建立的具有物理理论基础的本构模型, 但是模型建立的初始假设, 降低了其预测精度. 为此通过引入考虑应变率和温度耦合效应的应变强化指数对 Z-A 模型进行修正, 拓展了其适用范围, 并将修正后的 Z-A 模型应用于描述 IC10 合金在不同温度和应变率条件下的塑性流变行为. 与修正前 Z-A 模型的预测结果及试验结果比较表明: 修正后 Z-A 模型的预测精度有较大程度的提高, 最大平均相对误差值从 6.41% 降低到 3.65%.

关 键 词: 本构关系; 修正 Zerilli Armstrong (Z-A) 模型; IC10 合金; 金属间化合物

中图分类号: TB125; TB35; TB741

文献标识码: A

Modification of Z-A model and the prediction of the constitutive model

ZHANG Hong-jian, WEN Wei-dong, CUI Hai-tao, XU Ying

(College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Zerilli Armstrong (Z-A) model was developed based on the constitutive model of thermally activated dislocation kinetics. But, some simplifying assumptions in Z-A model decreased its predicted accuracy. In order to improve the predicted accuracy, the strain hardening exponent function that considers the coupled effect of the strain rate and the temperature was introduced into Z-A model. And the modified Z-A model was used to describe flow behaviors of alloy IC10 under different experiment conditions. As compared with the predicted data of classical Z-A model and the experimental data, it was found that the predicted accuracy of the modified Z-A model was improved obviously. The max average relative error decreased from 6.41% to 3.65%.

Key words: constitutive equation; modified Zerilli Armstrong (Z-A) model;
alloy IC10; intermetallics

材料的本构模型是固体力学分析计算的基础. 通常, 本构模型主要有宏观唯象经验模型和具有物理基础的本构模型两大类. 宏观唯象经验模型中应用较广泛的是 Johnson-Cook 模型^[1], 该模型的优点在于应用中仅需少量的试验数据, 缺点是缺乏物理基础, 而且没有考虑应变、应变率和温度效应等存在的耦合作用. 材料的塑性变形主要

是位错的运动和积累的结果, 为深入有效地研究变形过程中的宏观力学行为与微细结构演化之间的联系, 需要建立具有物理基础的本构模型. 其中, 应用较多的为 Zerilli Armstrong (Z-A) 模型^[2-3]等. Z-A 模型是 1987 年由 Zerilli 和 Armstrong 基于热激活位错运动理论建立的本构模型, 该模型中综合考虑了应变、应变率和温度效应

收稿日期: 2008-06-03; 修订日期: 2008-08-20

基金项目: 航空科技创新基金(08B52002)

作者简介: 张宏建(1980-), 男, 江苏如皋人, 博士生, 主要从事金属间化合物本构理论研究、结构优化设计研究.

E-mail: zhanghongjian@nuaa.edu.cn

等存在的耦合作用. 由于面心金属材料(FCC)和体心金属材料(BCC)材料具有不同的热激活机理,ZA模型又细分为:ZA-FCC模型和ZA-BCC模型. 为了推广应用,Zerilli和Armstrong^[4]于1995年将ZA-FCC模型和ZA-BCC模型表达成统一形式的ZA模型.

上述模型存在两个基本假设,即:①ZA-FCC模型和统一形式的ZA模型中假设流变应力和塑性应变的平方根成正比;②ZA-BCC模型中假设材料的应变硬化指数不依赖于应变率和温度. 对于第一个假设,Voyiadjis等^[5]指出该理论前提并不适用于所有FCC类金属材料;对于第二个假设,Goldthorpe^[6]的研究表明应变硬化指数与温度相关,在小应变下温度的影响可以忽略,而在大应变下温度的影响是重要的,并且随着温度的上升而加剧. 由此可以看出,建立各种形式的ZA模型所采用的前提假设并不适用于所有材料,从而降低了其预测精度. 因此,本文将在综合考虑应变率和温度耦合效应的基础上,对流变应力与塑性应变之间的关系进行修正,建立具有更广泛意义的修正ZA模型,以提高其预测精度.

IC10合金作为新一代Ni₃Al基金属间化合物材料,具有比刚度高、屈服应力高等优点,应用前景广泛^[7]. 到目前为止,对IC10合金的研究主要集中于该材料的疲劳性能^[8]、焊接性能^[9]等方面,对IC10材料塑性流变行为的本构关系研究相对较少. 文献[10]运用Johnson-Cook模型对IC10合金流变行为进行预测研究,取得了很好的效果,但是Johnson-Cook模型是完全经验型模型,物理基础薄弱. 因此,本文将修正ZA模型应用于描述IC10合金在不同温度和应变率条件下的塑性流变行为,并将其预测结果与未修正的ZA模型的预测结果及试验结果进行比较,以验证修正ZA模型对IC10合金本构关系的适用性.

1 ZA模型的修正

Zerilli和Armstrong于1987年基于热激活位错运动理论提出的ZA-FCC模型、ZA-BCC模型及1995年提出的统一形式的ZA模型分别如下:

$$\sigma = \sigma_a + B \epsilon^{\frac{1}{2}} \exp(-\alpha T) \quad (\text{FCC}) \quad (1a)$$

$$\sigma = \sigma_a + B \exp(-\beta T) + B_0 \epsilon^n \quad (\text{BCC}) \quad (1b)$$

$$\sigma = \sigma_f + K \sqrt{\epsilon} =$$

$$\sigma_a + B \exp(-\beta T) + B_0 \exp(-\alpha T) \sqrt{\epsilon} \quad (1c)$$

其中σ为流变应力,ε为塑性应变;σ_f = σ_a + B ·

exp(-βT)为屈服应力;K = B₀exp(-αT)为应变强化系数;B, B₀和n均为材料参数;T为绝对温度;α₀为流变应力的非热部分,主要由溶质和晶界等因素确定;α和β为常数,可分别表达为

$$\alpha = \alpha_0 - \alpha_1 \ln \dot{\epsilon} \quad (2)$$

$$\beta = \beta_0 - \beta_1 \ln \dot{\epsilon} \quad (3)$$

其中ε̇为应变率;α₀, α₁, β₀和β₁分别为材料参数.

上述模型中主要基于两个假设,即:①流变应力和塑性应变的平方根成正比;②材料的应变硬化指数不依赖于应变率和温度. 为进一步拓展ZA模型的适应范围,提高其预测精度,本文针对以上两个假设做如下修正. 首先针对第一个假设,本文将ZA模型中流变应力与塑性应变之间的关系修正为指数关系,修正后的ZA模型如下:

$$\sigma = \sigma_f + K' \epsilon^n = \sigma_a + B \exp(-\beta T) + B_0 \exp(-\alpha T) \epsilon^n \quad (4)$$

其中n为材料的应变硬化指数;K' = B₀exp(-αT)为应变强化系数.

由于在材料的变形过程中,温度和应变率对应变硬化指数n均有影响,但是相比于温度对n的影响,应变率的效应要小很多,而在不同温度下,应变率的影响程度不一样,也即温度和应变率之间存在着耦合效应. 因此,针对第二个假设,本文在修正ZA模型中忽略单纯的应变率对n的影响效应,而主要考虑温度和应变率与温度之间的耦合作用对n的影响效应,并建立n与应变率和温度之间的关系为

$$n = n_0 + n_1 T - n_2 T \ln \dot{\epsilon} \quad (5)$$

其中n₀, n₁和n₂均为材料常数.

当公式(5)中n₀ = 0.5, n₁ = n₂ln ε̇时,公式(4)所描述的修正ZA模型便退化为统一形式的ZA模型(即公式(1c));当公式(4)中β = 0, n = 0.5时,修正ZA模型即退化为ZA-FCC模型(即公式(1a));当公式(4)中α = 0修正ZA模型即退化为ZA-BCC模型(即公式(1b)). 由此可见,修正后的ZA模型具有更广泛的适用性.

如公式(4)可以看出,修正ZA模型中共有10个待定参数:σ_a, B, β₀, β₁, B₀, α₀, α₁, n₀, n₁和n₂. 在参数确定过程中,本文将这10个参数分为两类:第一类是7个独立待定材料常数:σ_a, B, β₁, B₀, α₁, n₀和n₂;第二类为3个相关参数,即β₀, α₀和n₁. 第二类参数可以通过如下方法确定.

令α₀ = α₁ln ε̇_{0a}, β₀ = β₁ln ε̇_{0β}, n₁ = n₂ln ε̇_{0n}, 并

将它们分别代入公式(2)、(3)和(5)中,可得

$$\alpha = \alpha_1 \ln \left[\frac{\dot{\epsilon}_{0\alpha}}{\dot{\epsilon}} \right]$$

(6a)

$$\beta = \beta_1 \ln \left[\frac{\dot{\epsilon}_{0\beta}}{\dot{\epsilon}} \right]$$

(6b)

$$n = n_0 + n_2 T \ln \left[\frac{\dot{\epsilon}_{0n}}{\dot{\epsilon}} \right]$$

(6c)

其中 $\dot{\epsilon}_{0\alpha}$ 、 $\dot{\epsilon}_{0\beta}$ 和 $\dot{\epsilon}_{0n}$ 均为常数,其取值依拟合情况而定。

将(6a)、(6b)和(6c)三式分别代入修正 Z-A 模型公式(4)中,可获得相应的方程为

$$\sigma = \sigma_a + B \exp \left[-\beta_1 T \ln \left[\frac{\dot{\epsilon}_{0\beta}}{\dot{\epsilon}} \right] \right] +$$
$$B_0 \exp \left[-\alpha_1 T \ln \left[\frac{\dot{\epsilon}_{0\alpha}}{\dot{\epsilon}} \right] \right] \epsilon^{n_0 + n_2 T \ln(\dot{\epsilon}_{0n}/\dot{\epsilon})}$$

(7)

对于第一类 7 个材料常数可通过以下方法确定。在确定这些参数前首先运用 σ - ϵ 曲线确定屈服应力 σ_Y ,应变强化系数 K' 和应变硬化指数 n 的值,然后运用最小二乘法研究 $\alpha_1 - T \ln(\dot{\epsilon}_{0\beta}/\dot{\epsilon})$ 之间的关系可以获得参数 σ_a 、 B 和 β_1 的值;运用最小二乘法研究 $K' - T \ln(\dot{\epsilon}_{0\alpha}/\dot{\epsilon})$ 之间的关系可以获得参数 B_0 和 α_1 的值;运用最小二乘法研究 $n - T \ln(\dot{\epsilon}_{0n}/\dot{\epsilon})$ 之间的关系可以获得参数 n_0 和 n_2 的值。

相应地,统一形式的 Z-A 模型可由公式(7)退化而得

$$\sigma = \sigma_a + B \exp \left[-\beta_1 T \ln \left[\frac{\dot{\epsilon}_{0\beta}}{\dot{\epsilon}} \right] \right] +$$
$$B_0 \exp \left[-\alpha_1 T \ln \left[\frac{\dot{\epsilon}_{0\alpha}}{\dot{\epsilon}} \right] \right] \sqrt{\epsilon}$$

(8)

2 IC10 合金本构关系的预测

为了验证修正 Z-A 模型的适用性,本文将修正 Z-A 模型应用于描述 IC10 合金在不同温度和应变率条件下的塑性流变行为,并将其预测结果与未修正的统一形式 Z-A 模型预测结果及试验结果进行比较。

试验用 IC10 合金材料由中国航空材料研究院提供,其主要化学成分(质量分数/%)为:0.07~0.12C,11.5~12.5Co,6.5~7.5Cr,5.6~6.2Al,4.8~5.2W,1.0~2.0Mo,6.5~7.5Ta,1.3~1.7Hf,0.01~0.02B,其余为 Ni。本文的试验数据取自文献[10]。

依据 IC10 合金的试验结果,所确定的修正 Z-A 模型中的屈服应力 σ_Y ,应变强化系数 K' 和应

变硬化指数 n 的值见表 1,并取 $\dot{\epsilon}_{0\alpha} = 10^5 \text{ s}^{-1}$, $\dot{\epsilon}_{0\beta} = 10^{11} \text{ s}^{-1}$ 和 $\dot{\epsilon}_{0n} = 10^{10} \text{ s}^{-1}$,通过上述参数计算方法,可获得修正 Z-A 模型为

$$\sigma = 815.73 +$$
$$10\,989.96 \exp \left[-0.0007 \times T \ln \left[\frac{10^{11}}{\dot{\epsilon}} \right] \right] +$$
$$22.27 \exp \left[5 \times 10^{-5} T \ln \left[\frac{10^5}{\dot{\epsilon}} \right] \right] \times$$
$$\epsilon^{1.33 + 3.4 \times 10^{-5} T \ln(10^{10}/\dot{\epsilon})}$$

(9)

表 1 各不同应变率和温度下 IC10 合金的 σ_Y 、 K' 和 n 值(修正 Z-A 模型)

Table 1 Values of σ_Y , K' and n for IC10 at different temperatures and strain rates (Modified Z-A model)

应变率 $\dot{\epsilon}/\text{s}^{-1}$	温度 T/K	σ_Y/MPa	K'/MPa	n
10^{-2}	293	838	30.43	1.20
10^{-3}	293	831	25.72	1.22
10^{-4}	293	829	31.76	1.17
10^{-5}	293	816	31.14	1.17
10^{-4}	873	824	56.49	0.86
10^{-4}	973	799.7	46.51	0.90
10^{-4}	1073	819	72.56	0.84

依据文献[10]提供的 IC10 合金的试验结果,本文同时对统一形式 Z-A 模型的参数进行了确定,其屈服应力 σ_Y 和应变强化系数 K 值见表 2,并取 $\dot{\epsilon}_{0\alpha} = 10^5 \text{ s}^{-1}$, $\dot{\epsilon}_{0\beta} = 10^{11} \text{ s}^{-1}$,通过上述参数计算方法,可获得统一形式的 Z-A 模型为

$$\sigma = 815.73 +$$
$$10989.96 \exp \left[-0.0007 \times T \ln \left[\frac{10^{11}}{\dot{\epsilon}} \right] \right] +$$
$$119.48 \exp \left[6.13 \times 10^{-8} \times T \ln \left[\frac{10^5}{\dot{\epsilon}} \right] \right] \sqrt{\epsilon}$$

(10)

表 2 各不同应变率和温度下 IC10 合金的 σ_Y 和 K 值(统一形式 Z-A 模型)

Table 2 Values of σ_Y , K for IC10 at different temperatures and strain rates (Unified Z-A model)

应变率 $\dot{\epsilon}/\text{s}^{-1}$	温度 T/K	σ_Y/MPa	K/MPa
10^{-2}	293	838	125.59
10^{-3}	293	831	104.12
10^{-4}	293	829	117.42
10^{-5}	293	816	133.95
10^{-4}	873	824	116.36
10^{-4}	973	799.7	104.91
10^{-4}	1073	819	133.37

以下分别运用修正 Z-A 模型(公式(9))和统一形式的 Z-A 模型(公式(10))对 IC10 合金在不同温度和应变率下的塑性流变行为进行预测,并与试验数据进行比较.图 1 为修正前后的 Z-A 模型对不同温度和应变率范围内应力-应变曲线的预测结果与试验值的比较图.从图 1(a)~(d)这 4 幅图中可以看出,修正前后的 Z-A 模型均能

描述 IC10 合金的塑性流变行为,但是修正 Z-A 模型的描述精度明显高于未修正统一 Z-A 模型.另外,未修正的统一 Z-A 模型的应变强化指数(其值为 0.5)与试验结果差别较大,而修正 Z-A 模型由于考虑了应变率及温度对应变强化指数的耦合效应,使其与试验数据吻合较好.

表 3 给出了两种模型的预测值与试验值之间

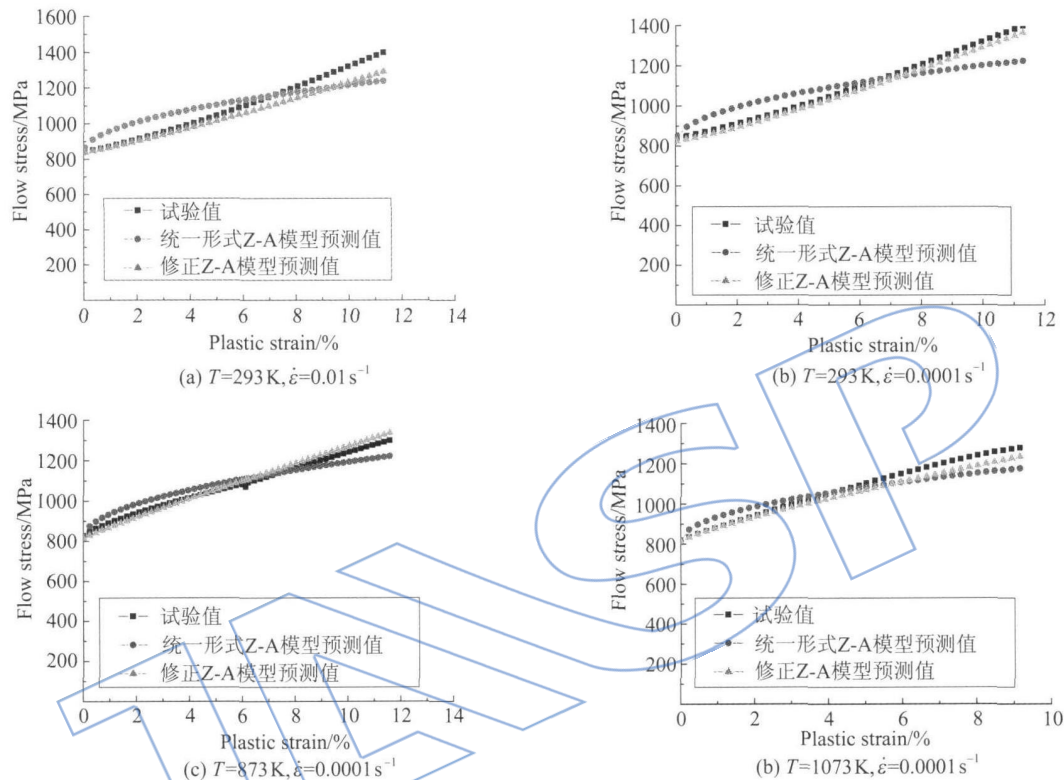


图 1 不同试验条件下 IC10 合金应力-应变的预测值与试验值的比较图

Fig 1 Comparisons of the stress-strain between the predicted data and the experimental data of alloy IC10 at different experimental conditions

的平均相对误差值.从表 3 中可以看出,未修正统一 Z-A 模型的平均相对误差值较大,而修正 Z-A 模型的平均相对误差值有了大幅减低,最大平均相对误差值从 6.41% 降低到 3.65%,这进一步说明了本文所提出的修正 Z-A 模型不仅适应范围宽,而且预测精度较高.

表 3 不同条件下预测值与试验值之间的平均相对误差值

Table 3 Average relative errors between the predicted data and the experimental data					
试验条件	T/ K	293	293	873	1073
	$\dot{\epsilon}/s^{-1}$	10^{-2}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
统一 Z-A 模型相对误差/ %		6.41	6.02	3.21	4.27
修正 Z-A 模型相对误差/ %		3.65	1.91	1.87	2.33

3 结 论

1) 针对统一 Z-A 模型中的两个假设进行修正,将流变应力与塑性应变之间的关系修正为指数关系,并综合考虑了应变率和温度的耦合效应对应变硬化指数的影响,给出了应变硬化指数与应变率和温度之间的函数关系式,提出了修正的 Z-A 模型.

2) 所提出的修正 Z-A 模型具有更广泛的适用范围.当该模型中某些参数取特定值时,修正 Z-A 模型即可退化为未修正的统一 Z-A 模型、ZA-FCC 模型和 ZA-BCC 模型.

3) 将修正 Z-A 模型应用于描述 IC10 合金在不同温度和应变率条件下的塑性流变行为,结果

表明:修正 Z-A 模型在精度上较修正前统一形式的 Z-A 模型有较大幅度的提高,最大平均相对误差值从 6.41%降低到 3.65%。

参考文献:

- [1] Johnson G R, Cook W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures [C]// Proceedings of the Seventh International Symposium on Ballistics. The Hague, Netherlands: The American Defense Preparedness Association (ADPA), 1983: 541-547.
- [2] Zerilli F J, Armstrong R W. Dislocation mechanics based constitutive relations for material dynamics calculations [J]. Journal of Applied Physics, 1987, 61(5): 1816-1825.
- [3] Zerilli F J, Armstrong R W. Dislocation of tantalum deformation behavior by dislocation mechanics based constitutive relations [J]. Journal of Applied Physics, 1990, 68(4): 1580-1591.
- [4] Zerilli F J, Armstrong R W. Constitutive equation for HCP metals and high strength alloy steels [C]// High Strain Rate Effects on Polymer, Metal and Ceramic Matrix Composites and other Advanced Materials, San Francisco, C. A.: ASME, 1995: 121-126.
- [5] Voyiadis G Z, Abed F H. Microstructural based models for bcc and fcc metals with temperature and strain rate dependency [J]. Mechanics of Materials, 2005, 37: 355-378.
- [6] Goldthorpe B D. Constitutive equations for annealed and explosively shocked iron for application to high strain rates and large strains [J]. Journal de Physique IV, Colloque, 1991, 1(3): 829-835.
- [7] 赵希宏,黄朝晖,谭永宁,等. 新型 Ni3Al 基定向高温合金 IC10 [J]. 航空材料学报, 2006, 16(3): 20-24.
- ZHAO Xihong, HUANG Zhaohui, TAN Yongning, et al. New Ni3Al based directionally solidified superalloy IC10 [J]. Journal of Aeronautical Materials, 2006, 26(3): 20-24. (in Chinese)
- [8] 何玉怀,刘绍伦. Ni3Al 合金热/机械疲劳裂纹扩展行为研究 [J]. 材料工程, 2000, 11: 13-14.
- HE Yuhuai, LIU Shaolun. Thermal/mechanical fatigue crack growth behavior in Ni3Al superalloy [J]. Journal of Materials Engineering, 2000, 11: 13-14. (in Chinese)
- [9] 侯金保,魏友辉,张蕾. Ni3Al 基合金 TLP 扩散焊接头性能 [J]. 航空材料学报, 2006, 26(3): 329-330.
- HOU Jinbao, WEI Youhui, ZHANG Lei. Transient liquid phase (TLP) diffusion bonding of Ni3Al alloy [J]. Journal of Aeronautical Materials, 2006, 26(3): 329-330. (in Chinese)
- [10] 张宏建,温卫东,崔海涛,等. 不同温度下 IC10 合金的本构关系 [J]. 航空学报, 2008, 29(2): 499-504.
- ZHANG Hongjian, WEN Weidong, CUI Haitao, et al. Constitutive analysis of alloy IC10 at different temperatures [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(2): 499-504. (in Chinese)